

LA FÁBRICA DE SABERES

Primera Edición



MATEMÁTICA

Educación Primaria Comunitaria Vocacional

MÚLTIPLOS Y DIVISORES DE NÚMEROS NATURALES

UNIDAD
4



© Grupo Editorial Kipus. Prohibida su reproducción

CONVERSAMOS

- ¿Crees que podemos aprender a realizar los ejercicios que practican los niños de la imagen? ¿Por qué?
- ¿Consideras que todos tenemos las mismas capacidades para aprender matemática? ¿Por qué?

SER

LOS MÚLTIPLOS

Se llaman múltiplos (**M**) de un número a todos los números que resultan de la multiplicación de ese número con cada uno de los números naturales.

Ejemplo:

Son múltiplos del número 2 el 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22 y muchos más, pues los múltiplos son infinitos como son infinitos los números naturales.

Múltiplo de 2

$$\times 2 \quad \left\{ \begin{array}{l} 2 \times 0 \quad 2 \times 1 \quad 2 \times 2 \quad 2 \times 3 \quad 2 \times 4 \quad 2 \times 5 \quad 2 \times 6 \quad 2 \times 7 \quad 2 \times 8 \quad 2 \times 9 \quad 2 \times 10 \quad \dots \\ 0, \quad 2, \quad 4, \quad 6, \quad 8, \quad 10, \quad 12, \quad 14, \quad 16, \quad 18, \quad 20, \quad \dots \end{array} \right\}$$

REGLAS PARA IDENTIFICAR A LOS NÚMEROS QUE SON MÚLTIPLOS

Existen algunas reglas que nos facilitan el saber si un número es múltiplo de otro.

- Al observar la serie de los múltiplos de 2 se encuentra que todos son números pares, generalizando se puede decir que: Todo número par es múltiplo de 2.
- Los números 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21,.... son múltiplos de 3; porque al sumar las cifras se obtiene el número 3 o un múltiplo de 3; por ello afirmamos que: Un número es múltiplo de 3 si la suma de sus cifras es 3 o un múltiplo de 3.
- Los números 0, 10, 15, 20, 25, 30... son múltiplos de 5; porque todos ellos terminan en 0 o 5, por lo tanto, se dice que: Un número es múltiplo de 5 cuando su última cifra es 0 ó 5.

 Relaciona con líneas los números con sus correspondientes múltiplos.

10

6

18

4

22

14

36, 54, 72, 90, 108

28, 42, 56, 70

44, 66, 88, 110

24, 36, 56, 68

30, 48, 72, 90

30, 50, 70, 90

LOS DIVISORES

Los divisores (**D**) de un número son otros números que lo dividen exactamente (sin residuo). Por lo tanto, podemos afirmar que el uno (1) es divisor de todos los números y que todo número es divisor de sí mismo.

Ejemplos:

Divisores de 16

$16 : 1 = 16$ por tanto, el 1 y el 16 son divisores de 16.

$16 : 2 = 8$ por tanto, el 2 y el 8 son divisores de 16.

$16 : 3 =$ NO es exacta.

$16 : 4 = 4$ por tanto, el 4 es divisor de 16.

Dejamos de dividir ya que el cociente (4) es igual o menor al divisor (4).

Por lo tanto los divisores de 16 son: 1, 2, 4, 8, 16.

REGLAS PARA IDENTIFICAR A LOS DIVISORES

Estas reglas ayudan a identificar a números divisibles sin tener la necesidad de realizar las operaciones de división. A este conjunto de reglas se las conoce también como criterios de divisibilidad.

Divisibilidad por 2:

Un número es divisible por 2 cuando termina en cifra par.

Ejemplos: 2, 4, 6, 8, 14, 54, 382, 1.876; los cuales son divisibles entre 2 por que terminan en número par.

Divisibilidad por 3:

Un número es divisible por 3, si la suma de los dígitos que lo componen, es múltiplo de tres.

Ejemplos: 6, 21, 69, 255, 1.356 son divisibles por 3.

Divisibilidad por 4:

Un número es divisible por cuatro si las dos últimas cifras (unidades y decenas) son dos ceros (00) o son divisibles por cuatro.

Ejemplos: 12, 512, 204, 780, 7.500 porque todos ellos son divisibles entre 4.

Divisibilidad por 5:

Un número es divisible por 5 si su último dígito es 0 o 5.

Ejemplos: 10, 15, 35, 60, 100 son divisibles entre 5.

⚙️ Divisibilidad por 6:

Un número es divisible entre 6, cuando es divisible tanto entre 2 como entre 3 a la vez.

Ejemplos:

945, 97.428 los cuales son divisibles tanto entre 2 como entre 3; por lo tanto, también lo son entre 6.

⚙️ Divisibilidad por 7:

Un número es divisible por 7, si el número que se obtiene al separar el último dígito, se multiplica por 2 y se resta el número que queda, es múltiplo de 7.

Ejemplos:

98 es divisible por 7 porque se separa el 9 del 8, luego se multiplica $8 \times 2 = 16$ y se resta $16 - 9 = 7$.

245 es divisible por 7 porque se separa el último dígito, el 5; queda 24. Ahora se multiplica $5 \times 2 = 10$ y se resta $24 - 10 = 14$.

⚙️ Divisibilidad por 8:

Los números son divisibles por 8 si el número formado por los tres últimos dígitos es exactamente divisible por 8.

Ejemplo:

Los últimos tres dígitos del número 3.624 son 624, este número es divisible por 8 entonces 3.624 es divisible por 8.

⚙️ Divisibilidad por 9:

Un número es divisible por 9 si la suma de sus dígitos es múltiplo de 9.

Ejemplos:

$324 = 3 + 2 + 4 = 9$, al sumar los dígitos nos da como resultado 9; por lo tanto, es divisible entre 9.

🔍 Encuentra los divisores de las siguientes cantidades:

2.008

663

81

355

4.570

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (m.c.m.)

El mínimo común múltiplo es el menor de los múltiplos en común que tiene cada una de las determinadas cantidades.

Para calcular el mínimo común múltiplo (m.c.m.) solo se deben escribir los múltiplos de los números hasta llegar al número 1, cuando se tienen varias cantidades o cifras se debe proseguir hasta llegar con todos al número 1.

Ejemplo: Obtener el mínimo común múltiplo de 2, 3 y 4 por medio de la descomposición de factores primos.

$$\begin{array}{r|l}
 2 & 2 \\
 1 & 2 \\
 & 3 \\
 & 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 3 & 3 \\
 2 & 2 \\
 1 & 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 4 & 2 \\
 2 & 2 \\
 1 & 1
 \end{array}$$

$$\text{m.c.m.} = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

Los pasos a seguir para obtener el m.c.m. son:

Primer paso: Descomponer cada número en factores primos.

Segundo paso: Seleccionar los factores primos en comunes y no comunes con **mayor exponente**.

Tercer paso: Descomponer cada número en productos de factores primos.

Cuarto paso: Multiplicar los factores comunes y no comunes **que tienen el mayor exponente**.

Ejemplo: Calcula el m.c.m. de 12, 15 y 24.

$$\begin{array}{r|l}
 12 & 2 \\
 6 & 2 \\
 3 & 3 \\
 1 & 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 & 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 24 & 2 \\
 12 & 2 \\
 6 & 2 \\
 3 & 3 \\
 1 & 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 2^2 \times 3 \\
 3 \times 5 \\
 2^3 \times 3
 \end{array}$$

$$\text{m.c.m.} = 2^3 \times 3 \times 5 = 120$$

Encuentra el mínimo común múltiplo de:

| | | | |
|----|----|----|----|
| 10 | 20 | 40 | 80 |
| | | | |
| | | | |

m.c.m. = _____

MÁXIMO COMÚN DIVISOR (M.C.D.)

Es el número mayor que divide a dos o más números (**M.C.D.**) en partes iguales y exactas sin dejar residuo (que no sobre nada).

Para sacar el máximo común divisor se deben seguir los siguientes pasos:

Primer paso: Descomponer los números en números primos (producto de potencias de primos).

Segundo paso: Agrupar los factores formando potencias. Observar las potencias formadas y marcar las que son iguales en base y en exponente.

Tercer paso: Multiplicar solamente las potencias que se marcaron en el segundo paso.

Cuarto paso: El máximo común divisor es el resultado final que se obtuvo en el anterior paso.

Ejemplos:

Calculamos el máximo común divisor (**M.C.D.**) de: 180 y 324.

| | | | |
|-----|---|-----|---|
| 180 | 2 | 324 | 2 |
| 90 | 2 | 162 | 2 |
| 45 | 3 | 81 | 3 |
| 15 | 3 | 27 | 3 |
| 5 | 5 | 9 | 3 |
| 1 | | 3 | 3 |
| | | 1 | |

Sus descomposiciones son:

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

$$324 = 3^2 \times 3^2 \times 2^2$$

El **máximo común divisor** será el producto de una potencia de base 2 y otra de base 3, ya que son las bases que aparecen en las dos descomposiciones.

La potencia de base 2 tiene el exponente 2 en las dos descomposiciones, así que escribiremos 2^2 .

La potencia de base 3 tiene el exponente 2, por lo tanto es 3^2 .

Por ello 180 y 324 se descomponen en:

$$180 = 2^2 \times 3^2$$

$$324 = 2^2 \times 3^2$$

$$180 = 4 \times 9$$

$$324 = 4 \times 9$$

$$180 = 36$$

$$324 = 36$$

M.C.D. de 180 y 324 es 36.



EVALUACIÓN



➤ Marca con una cruz, los números divisibles por los divisores que se indican:

| Es divisor \ Es divisible | 240 | 297 | 315 | 426 | 656 | 745 | 900 | 920 | 1.000 |
|---------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|
| 2 | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | | |

➤ Escribe los múltiplos de los siguientes números:

- 15 _____
- 19 _____
- 10 _____
- 20 _____

➤ Encuentra los divisores de las siguientes cantidades.

- 38 _____
- 24 _____
- 150 _____
- 26 _____

SABER

HACER

Encuentra el m.c.m. de los siguientes números:

| | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 8 | 16 | 75 | 375 |
| ----- | ----- | ----- | ----- |
| <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> |

m.c.m. = -----

Encuentra el M.C.D. de los siguientes números.

| | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 32 | 48 | 42 | 64 |
| ----- | ----- | ----- | ----- |
| <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> |

M.C.D. = -----

Resuelve el siguiente problema.

Una empresa pequeña que vende leche cuenta con tres sucursales. Sabemos que la sucursal del norte produce 300 botellas de leche diarios, la del sur produce 240 y la del este produce 360. Se quieren transportar estas botellas de leche en camionetas que lleven el mismo número de botellas, pero que sea el mayor número de botellas posible. ¿Cuántas botellas de leche debe transportar cada camioneta?

| | |
|--|----------------------|
| Datos | Operaciones |
| <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| Respuesta: <input type="text"/> | |



PRODUCCIÓN

Objetivo: Reforzar los criterios de divisibilidad obteniendo mínimo común múltiplo y máximo común divisor.

JUGAMOS A LOS NÚMEROS DIVISIBLES

HACER

DECIDIR



MATERIALES

- * Cuaderno de ejercicios.
- * Lápiz.
- * Borrador.



PROCEDIMIENTO

- * Formar grupos de trabajo.
- * El profesor o profesora deberá asignar un número a cada grupo y anotar en hojas o cartulinas los números desde el 2 hasta el 10 y guardarlos en una bolsa o caja.
- * Para iniciar el juego el profesor o profesora deberá explicar claramente en qué consiste el juego.
- * Todos los grupos deben estar atentos, porque la profesora o profesor, sacará un número cualquiera de la bolsa o caja y lo mostrará a todos los participantes. Cada grupo deberá indicar los criterios de divisibilidad que tiene ese número y dar dos ejemplos de cantidades divisibles entre ese número.
- * Ganará el grupo que no se equivoque y que de la mayor cantidad de ejemplos de números divisibles con el número indicado por la profesora o profesor.
- * En cada grupo se pueden utilizar los cuadernos de ejercicios, para verificar si los ejemplos que se dan son los correctos.

