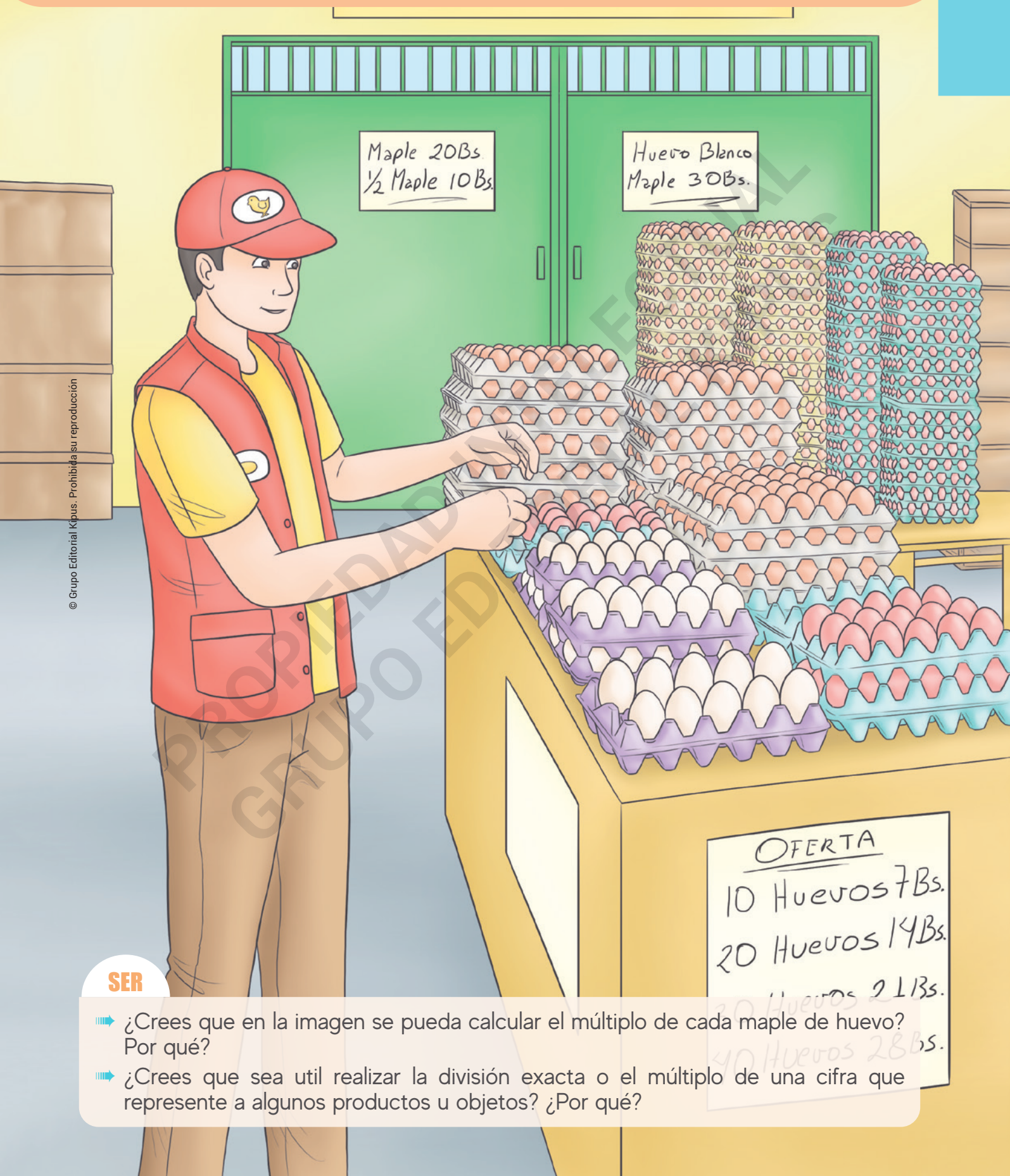
MATEMÁTICA

Educación Primaria Comunitaria Vocacional

Grupo Editorial Kipus

UNIDAD 5

MÚLTIPLOS Y DIVISORES EN EL COMERCIO DE LA COMUNIDAD



© Grupo Editorial Kipus. Prohibida su reproducción

PROPIEDAD INTELECTUAL GRUPO EDITORIAL

SER

- ¿Crees que en la imagen se pueda calcular el múltiplo de cada maple de huevo? Por qué?
- ¿Crees que sea util realizar la división exacta o el múltiplo de una cifra que represente a algunos productos u objetos? ¿Por qué?

SABER HACER

MÚLTIPLOS – DIVISORES

Carla tiene 6 años; Esperanza 32, Carmela 44 y Carmen 30 años; una de estas señoras, cuya edad es múltiplo de la de Carla, es la madre de la niña.

Múltiplos de la edad de Carla son:

6 x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	...

Vemos que la multiplicación de $6 \times 5 = 30$. Entonces 30 es múltiplo de 6 y 5.

Por tanto, la señora Carmen cuya edad es de 30 años y múltiplo de 6 es la madre de Carla.

RECUERDA

El **múltiplo** de un número es el número que contiene a éste un número exacto de veces y que los primeros múltiplos de todo número son el cero y el mismo número, por ejemplo:

$5 \times 0 = 0$; $5 \times 1 = 5$

Cuando multiplicamos un número por cualquier número natural o por el cero (0), obtenemos los múltiplos de ese número, por lo tanto los múltiplos de un número constituyen una sucesión ilimitada.

Es importante recordar que los múltiplos de un número se forman multiplicando este número por la serie infinita de los números naturales 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ....

Por ejemplo: 20 es múltiplo de 5 porque contienen a 5 cuatro veces.

Halla los diez primeros múltiplos de:

a. $M_{(2)} = \{$ .....

b. $M_{(3)} = \{$ .....

c. $M_{(4)} = \{$ .....

Completa el cuadro de múltiplos, guiándote con el ejemplo:

	2	3	4	5	6	7	8
18	Sí	Sí	No				
45							
120							

GRUPO EDITORIAL KIPUS

© Grupo Editorial Kipus. Prohibida su reproducción

RECUERDA

Los divisores de un número son aquellos números que se dividen de una manera exacta al número dado.

Los números que dividen al 12 de forma exacta son 1, 2, 3, 4, 6, 12. Fíjate que son todos **menores o iguales** que el mismo número (12).

Se dice que 12 es **divisible** entre:

1, y se obtienen 12 grupos de 1.

2, y se obtienen 6 grupos de 2.

3, y se obtienen 4 grupos de 3.

4, y se obtienen 3 grupos de 4.

6, y se obtienen 2 grupos de 6.

12, y se obtiene un grupo de 12.

Entonces, los números son múltiplos y divisores de sí mismos: El 12 es múltiplo de 12 (12 por 1), pero también es divisor de 12 (12 ÷ 12 = 1).

Los divisores se representan así: $D_{(12)} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

El número 1 es divisor de todos los números.

Completa y encuentra los divisores de cada número.

1 x ..... =
2 x ..... =
3 x ..... =
4 x ..... =
6 x ..... =

12

$D_{(12)} = \{$ ..... $\}$

1 x ..... =
2 x ..... =
4 x ..... =
5 x ..... =
10 x ..... =

20

$D_{(20)} = \{$ ..... $\}$

Hallar los divisores de los siguientes números:

$D_{(54)} = \{$ ..... $\}$

$D_{(30)} = \{$ ..... $\}$

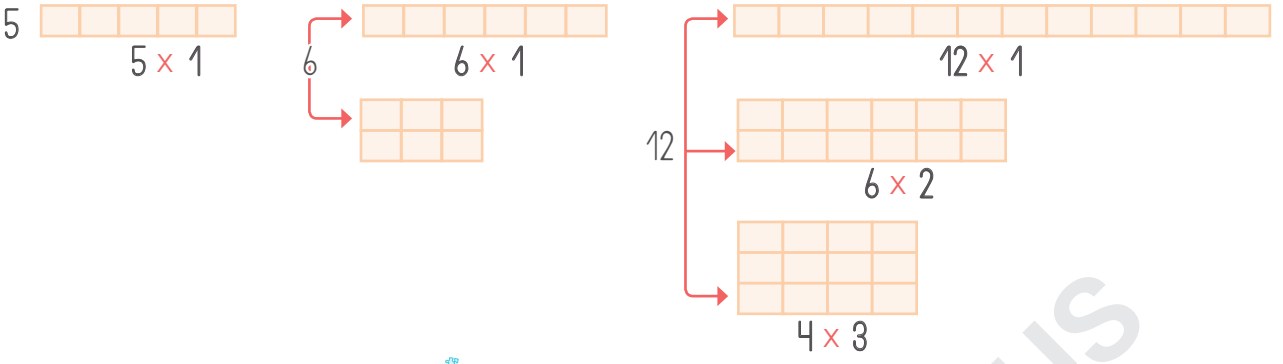
© Grupo Editorial Kipus. Prohibida su reproducción

PROPIEDAD INTELECTUAL GRUPO EDITORIAL KIPUS

SABER HACER

NÚMEROS PRIMOS – COMPUESTOS

Todos los números se pueden representar de diferente manera. Por ejemplo:



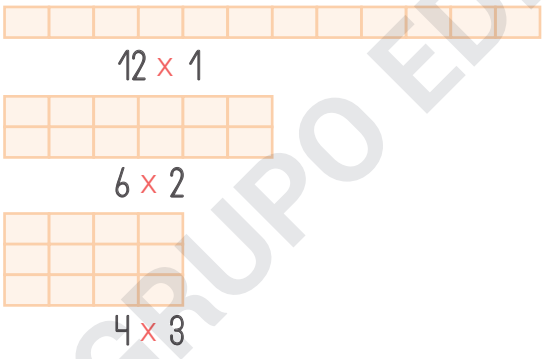
RECUERDA

Los números primos son aquellos que solo se pueden dividir exactamente entre el 1 y consigo mismo.

Los números compuestos se caracterizan por que se pueden dividir en forma exacta entre si mismos, por la unidad y por otro u otros números más.

Ejemplo:

El 12 es un número compuesto, porque se puede escribir así:



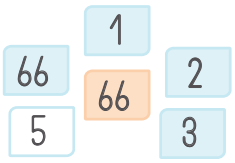
Todos estos números que multiplican (1, 2, 3, 4, 6, 12), recuerda que se llaman factores.

$12 = 1 \times 12$

$12 = 2 \times 6 = 6 \times 2$

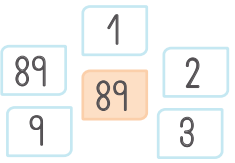
$12 = 3 \times 4 = 4 \times 3$

Resuelve los siguientes ejercicios utilizando los criterios de divisibilidad y en cada caso, pinta los números que son divisores del número ubicado en el centro. Luego indica si los números son primos o compuestos.



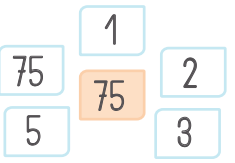
66 tiene más de 2 divisores.

66 es compuesto.



89 tiene .....

89 es .....



75 tiene .....

75 es .....

GRUPO EDITORIAL KIPUS

© Grupo Editorial Kipus. Prohibida su reproducción

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Múltiplos de 2
Múltiplos de 3
Múltiplos de 5
Múltiplos de 7

El número 1 no es primo ni compuesto.

Los números sin relleno son números primos.

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

RECUERDA

El **mínimo común múltiplo** (**m.c.m.**) de dos números, es el menor número (distinto de cero) que es múltiplo común de ambos números.

Para calcular el **mínimo común múltiplo (m.c.m.)** se debe:

- Descomponer cada número en factores primos.
- El **mínimo común múltiplo m.c.m**. es el producto de sus factores primos comunes y no comunes, elevados al mayor exponente con el que aparecen.

Ejemplos:

1) Calcula el **m.c.m.** de 84 y 70.

84	2
42	2
21	3
7	7
1	

70	2
35	5
7	7
1	

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$

$70 = 2 \times 5 \times 7$

Los factores primos **comunes** son 2 y 7.

Entre 2 y 2^2 nos quedamos con 2^2, ya que tiene **mayor exponente**.

También consideramos los factores primos **no comunes** que son 3 y 5.

m.c.m. (84, 70) = $2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$

© Grupo Editorial Kipus. Prohibida su reproducción

PROPIEDAD INTELECTUAL GRUPO EDITORIAL KIPUS

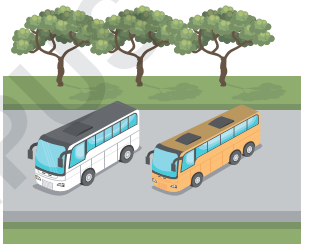
SABER HACER

2) Encuentra el **mínimo común múltiplo** de: 2; 3 y 15.

2	3	15	2
1	3	15	3
1	1	5	5
1	1	1	

m.c.m. = 2 x 3 x 5 = 30

❑ En una parada de autobuses, un autobús pasa cada 15 minutos y otro cada 20 minutos. Si son las ocho y veinte de la mañana y están los dos en la parada, ¿a qué hora volverán a coincidir?



SOLUCIÓN:

AUTOBÚS A	15	30	45	60	75	.....
AUTOBÚS B	20	40	60	80	100	.....

R.- Coincidirán los dos otra vez pasados 60 minutos.

m.c.m (15, 20) = 60

Hallar el mínimo común múltiplo m.c.m.

a. 6; 8 y 20

6 | 8 | 20

6 =

8 =

20 =

m.c.m. (6, 8 y 20) = ...

b. 32; 12 y 16

32 | 12 | 16

32 =

12 =

16 =

m.c.m. (32, 12 y 16) = ...

GRUPO EDITORIAL KIPUS

© Grupo Editorial Kipus. Prohibida su reproducción

MÁXIMO COMÚN DIVISOR

RECUERDA

El **Máximo Común Divisor M.C.D.** es el número mayor que divide a dos o más números en partes iguales y exactas sin dejar residuo.

Para calcular el **Máximo Común Divisor (M.C.D.)** se debe:

- Descomponer los números en factores primos.
- El **M.C.D.** es el producto de sus factores primos comunes y elevados al menor exponente con el que aparecen.

Si no vemos ningún factor común a todos los números el **M.C.D.** es 1.

Ejemplos:

1) Calcula el **Máximo Común Divisor (M.C.D.)** de 84 y 70.

84	2
42	2
21	3
7	7
1	

70	2
35	5
7	7
1	

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$

$70 = 2 \times 5 \times 7$

Los factores primos **comunes** son 2 y 7.

Entre 2 y 2^2 nos quedamos con 2, ya que tiene **menor exponente**.

M.C.D. $(84, 70) = 2 \times 7 = 14$

2) Encuentra el **M.C.D.** de: 54; 36 y 48.

54	2
27	3
9	3
3	3
1	

36	2
18	2
9	3
3	3
1	

48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

$54 = 2 \times 3^3$ $\quad 36 = 2^2 \times 3^2$ $\quad 48 = 2^4 \times 3$

Factores primos comunes de 54, 36 y 48: elevados al menor exponente son el 2 y 3

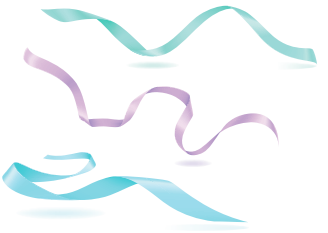
Por lo tanto, el resultado es: **M.C.D.** $(54, 36 \text{ y } 48) = 2 \times 3 = 6$

© Grupo Editorial Kipus. Prohibida su reproducción

PROPIEDAD INTELECTUAL GRUPO EDITORIAL KIPUS

SABER HACER

❑ Tengo 3 cintas, la primera mide 54 cm, la segunda 36 cm y la tercera 48 cm. Si deseo cortarla de manera que todas queden en el mismo tamaño, ¿cuál será la máxima longitud que se puede obtener de cada parte de cinta?



Hallamos los divisores exactos de 54 – 36 – 48

1º. cinta 54 cm	2º. cinta 36 cm.	3º. cinta 48 cm.
54 ÷ 1 = 54	36 ÷ 1 = 36	48 ÷ 1 = 48
54 ÷ 2 = 27	36 ÷ 2 = 18	48 ÷ 2 = 24
54 ÷ 3 = 18	36 ÷ 3 = 12	48 ÷ 3 = 16
54 ÷ 6 = 9	36 ÷ 4 = 9	48 ÷ 4 = 12
54 ÷ 9 = 6	36 ÷ 6 = 6	48 ÷ 6 = 8
54 ÷ 18 = 3	36 ÷ 9 = 4	48 ÷ 8 = 6
54 ÷ 27 = 2	36 ÷ 12 = 3	48 ÷ 12 = 4
54 ÷ 54 = 1	36 ÷ 18 = 2	48 ÷ 16 = 3
	36 ÷ 36 = 1	48 ÷ 14 = 2
		48 ÷ 48 = 1

Ordenamos los divisores hallados en la tabla.

1º. cinta 54 cm.	1	2	3	6	9	18	27	54		
2º. cinta 36 cm.	1	2	3	4	6	9	12	18	36	
3º. cinta 48 cm.	1	2	3	4	6	8	12	16	24	48

Los divisores comunes de 54, 36 y 48 son: 1, 2, 3 y 6

Como la longitud de la cinta debe ser la máxima, entonces elegimos el mayor divisor común de 54, 36 y 48, que será 6.

Por tanto, el resultado se escribe así:

M.C.D. (54; 36; 48) = 6

La máxima longitud que puede obtener cada parte de cinta es de 6 cm.

GRUPO EDITORIAL KIPUS

© Grupo Editorial Kipus. Prohibida su reproducción

Hallar el M.C.D. por el método práctico.

a. 12 y 16

12 | 16

12 =

16 =

M.C.D. (12, 16) = ...

b. 8, 12 y 18

8 | 12 | 18

8 =

12 =

18 =

M.C.D. (8, 12, 18) = ...

c. 20, 15 y 100

20 | 15 | 100

20 =

15 =

100 =

M.C.D. (20, 15, 100) = ...

d. 40 y 60

40 | 60

40 =

60 =

M.C.D. (40, 60) = ...

e. 20, 24 y 36

20 | 24 | 36

20 =

24 =

36 =

M.C.D. (20, 24, 36) = ...

f. 72, 108 y 60

72 | 108 | 60

72 =

108 =

60 =

M.C.D. (72, 108, 60) = ...

© Grupo Editorial Kipus. Prohibida su reproducción

PROPIEDAD INTELECTUAL GRUPO EDITORIAL KIPUS

EVALUACIÓN

SABER

HACER

1 En el recuadro escribe los diez primeros múltiplos de los siguientes números.

a. $M_{(8)}$ =

b. $M_{(10)}$ =

c. $M_{(12)}$ =

d. $M_{(30)}$ =

2 Hallar los divisores de los siguientes números:

a. $D_{(30)}$ = { ..... }

b. $D_{(42)}$ = { ..... }

c. $D_{(120)}$ = { ..... }

d. $D_{(180)}$ = { ..... }

3 Responde a las siguientes preguntas:

¿Qué es un número primo?

¿Cuál es el número primo más pequeño?

¿Qué es un número compuesto?

4 Completa la siguiente tabla:

NÚMERO	DIVISORES	¿ES PRIMO?
3		
5		
6		
8		
10		

GRUPO EDITORIAL KIPUS

© Grupo Editorial Kipus. Prohibida su reproducción

5 Calcula MCD y mcm de las siguientes cantidades:

a. 12, 18 y 20

12 | 18 | 20

m.c.m. = ...

M.C.D. = ...

b. 72, 28 y 42

72 | 28 | 42

m.c.m. = ...

M.C.D. = ...

c. 80, 57 y 320

80 | 57 | 320

m.c.m. = ...

M.C.D. = ...

d. 30, 45 y 90

32 | 45 | 90

m.c.m. = ...

M.C.D. = ...

e. 40, 80 y 120

40 | 80 | 120

m.c.m. = ...

M.C.D. = ...

f. 48, 63 y 255

48 | 63 | 255

m.c.m. = ...

M.C.D. = ...

© Grupo Editorial Kipus. Prohibida su reproducción

PROPIEDAD INTELECTUAL GRUPO EDITORIAL KIPUS

PRODUCCIÓN

Laberinto computarizado de múltiplos

Objetivo:
Afianzar en los estudiantes el cálculo mediante el juego de razonamiento lógico matemático.

Materiales

- ✓ Hoja de cartulina tamaño carta.
- ✓ Marcadores.
- ✓ Tijera.
- ✓ Carpicola.
- ✓ Masquin o cinta de embalaje.

Procedimiento

1. Recortar la imagen de la página 65.
2. Pegar la imagen en la hoja de cartulina.
3. Forrar con el masquin.

Instrucciones del juego:

1° La misión del juego es llevar a la niña al refugio, para ello, observa con mucha atención las flechas de color rojo, las series numéricas y las dificultades de los posibles caminos.

2° Antes de iniciar el camino procura descifrar la serie numérica, es importante identificar la posición de las cifras que son múltiplos y continuar para seguir las flechas rojas.

3° Lo importante del juego es darse cuenta del lugar de las cifras y formar la cantidad que se necesita para continuar.

GRUPO EDITORIAL KIPUS

© Grupo Editorial Kipus. Prohibida su reproducción

RECORTAMOS

2	1	2	6		4	6	9	5	2	8	6		9	0	2	7
0	5	1	4	7		5	2			0		4	1			5
9	6	8	0	3		6	9			3		5	0			6
7	1	5	1	6	4		8				7	0	6			3
6	6	0	1	4	3		2				4	6	8	5	4	2
	5		4		2	0	1		7	9	1		2		3	
1	9	6	3	1	5	6	3		9	5	0	5	6	4	7	7
3		0		4		4				9		4		0		9
4	3	0	2	1	9	0	1		2	5	6	5	6	5	4	3
3		8		8		6	2	8	7	9		1		7		2
6	9	7	5	4	3	5	7		1	0	7	6	2	1	0	1
	6		8		5	2	9		4	7	5				2	
7	5	4	8	9	6		3		2		4	9	4	7	4	7
8			3	5	0		1		8		6	0	5	2	7	5
5			2	9		0				7		3	6	0	9	4
4			1	7		5				5		1	4	9	5	2
9	7	8	6		4	6	3	3	6	9	1		8	1	1	3

© Grupo Editorial Kipus. Prohibida su reproducción

PROPIEDAD INTELECTUAL GRUPO EDITORIAL KIPUS